

# Logique des Prédicats

## Logique des prédicats : formules atomiques

1. Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats, en préservant autant de structure que possible, et en donnant chaque fois la légende.

- (1)
  - a. Marc est plus fort que David.
  - b. Paul a vu Léa et elle ne l'a pas vu.
  - c. Charles est laid, mais pas Marie.
  - d. Hugues est ennuyeux ou agaçant.
  - e. Si Jean est un homme, alors il est mortel.
  - f. Gwendoline est une femme heureuse.
  - g. Marc et Jérémie sont de bons amis.
  - h. Pierre est allé à Toulouse avec Charles sur le vélo neuf de Marie.
  - i. Si Pierre n'a pas eu la nouvelle par Elsa, il l'a eue par Charles.
  - j. Bien que Paul et Virginie s'aiment profondément, ils se rendent l'un l'autre très malheureux.
  - k. Jean est fâché parce que Marie n'est pas venue.
- (2)
  - a. Tout le monde aime Anne.
  - b. Un chat est entré.
  - c. Tout est éphémère.
  - d. Certains politiciens sont honnêtes.
  - e. Personne n'est un politicien et n'est pas ambitieux.
  - f. Il n'est pas vrai que tous les ambitieux sont honnêtes.
  - g. Tous les coiffeurs blonds sont intelligents.
  - h. Tous les éléphants ont une trompe.
  - i. Certains patrons entreprenants sont astygmates.
  - j. Tous les hommes n'aiment pas Marie.
  - k. Il y a une chanson qu'aucun enfant ne chante.
  - l. Certains enfants ne sont pas capricieux.
  - m. Tous les enfants ne sont pas capricieux.
  - n. Pierre n'a pas trouvé toutes les balles.
  - o. Tous les enfants ont trouvé des balles.
  - p. Tous les enfants ont trouvé une balle.
- (3)
  - a. Pierre est un auteur qui a vendu certains livres à succès.
  - b. Anne aime tout le monde.
  - c. Si tous les hommes aiment Marie, alors elle est contente.
  - d. Jean n'a pas donné un seul bonbon à Léa.
  - e. Jean donne quelque chose à Pierre.
  - f. Jean a un chat qu'il gâte.
  - g. Si tous les hommes aiment Marie, alors elle est contente.
  - h. Marie aime tous ceux qui l'aiment.
  - i. Si Jean va à Tahiti et qu'il rencontre quelqu'un, il l'épousera.
  - j. S'il y a un bruit, Alice pleure.

- k. S'il y a un bruit, tout le monde pleure.
  - l. S'il y a un bruit, Alice le cherche.
  - m. Tout le monde s'aime (soi-même).
  - n. Personne n'en veut au monde entier.
  - o. (Celui) qui est en retard doit être puni.
  - p. Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais.
  - q. Tout le monde a réussi à l'examen, sauf ceux qui ne sont pas venus.
- (4)
- a. Un homme qui aime les animaux n'est pas mauvais.
  - b. Si tout le monde l'aime, Marie aime tout le monde.
- (5)
- a. Tous les étudiants lisent un article.
  - b. Tout le monde a donné quelque chose à Pierre.
  - c. Un apariteur viendra ouvrir chaque salle.
- (6)
- a. Tout le monde admire quelqu'un qui admire tout le monde.
  - b. Personne n'admire quelqu'un qui admire toute personne qui admire quelqu'un.
- (7)
- a. Celui qui veut vraiment quelque chose l'obtient.
  - b. Tout homme aime qui l'aime.
  - c. Tous les enfants sont déçus quand un adulte les trompe.
  - d. Un commerçant ne survit que s'il a une clientèle.
  - e. Si Jean va à Tahiti et qu'il rencontre quelqu'un, il l'épousera.

2. Les phrases suivantes sont ambiguës. Expliquer l'ambiguïté, et proposer, *quand c'est possible*, les deux représentations en logique des prédicats que l'on peut associer à ces phrases.

- (8)
- a. J'ai aperçu Marie avec un télescope.
  - b. Le boucher sale la tranche.
  - c. Voler n'est pas bien difficile.
  - d. Léa ne croit pas que Marie mente.
  - e. Jean loue un appartement.
  - f. Tout étudiant lit un article.
  - g. Marie aime les chiens et les chats sauvages.
  - h. Tout le monde n'a pas aimé le film.
  - i. Paul devrait être à New York.

3. Proposer (au moins) une phrase en français qui a les mêmes conditions de vérité que chacune des formules suivantes, où  $F(x) = x$  est fermier,  $P(x, y) = x$  possède  $y$ ,  $B(x, y) = x$  bat  $y$ ,  $j = \text{Jean}$ ,  $c = \text{Chikita}$ ,  $A(x) = x$  est un âne.

- (9)
- a.  $F(j) \rightarrow (P(j, c) \wedge A(c))$
  - b.  $\forall x \forall y (F(x) \wedge P(x, y)) \rightarrow B(x, y)$

En décomposant la formule (9-a) en sous-formules (sous forme d'une arbre), calculer la valeur de vérité de la formule si Chikita n'est pas un âne.